

La dimensione narrativa di un problema: il modello C&D per l'analisi e la (ri)formulazione del testo

Rosetta Zan

Dipartimento di Matematica, Università di Pisa *

1. Il ruolo del contesto in un problema verbale

Una delle poche certezze che guidano l'attività di risoluzione di problemi nella scuola di base è che la contestualizzazione del problema matematico in situazioni concrete, famigliari e realistiche aiuta il bambino sia a livello di motivazione che a livello cognitivo.

In realtà i risultati della ricerca sulle 'variabili di contesto', quali sono appunto quelle dette sopra, sono piuttosto ambigui (Webb, 1984). Per di più la letteratura e la pratica didattica abbondano di esempi in cui il riferimento al concreto sembra venir completamente ignorato dai bambini. La rappresentazione della situazione descritta spesso viene infatti aggirata - e non necessariamente dagli alunni più in difficoltà - a favore di una lettura selettiva del testo alla ricerca di dati numerici da combinare e da parole chiave che suggeriscano il modo di combinarli. In altri casi invece tale rappresentazione sembra ostacolare, piuttosto che sostenere, il processo risolutivo, in quanto il bambino si perde in dettagli narrativi irrilevanti.

In definitiva, nei processi messi in atto da molti bambini nel risolvere un problema si osserva il fenomeno cosiddetto di 'suspension of sense making' (Schoenfeld, 1991), cioè un'apparente 'sospensione' di senso, il cui esempio più espressivo è indubbiamente costituito dalle risposte date al problema 'dell'età del capitano' (IREM de Grenoble, 1980):

Su una nave ci sono 26 montoni e 10 capre; quanti anni ha il capitano?

I bambini della scuola primaria per lo più rispondono alla domanda, scegliendo in genere fra le operazioni note quelle la cui applicazione porta a risultati verosimili.

L'interpretazione di questo fenomeno è complessa, e mette in gioco diversi fattori che interagiscono (per una sintesi si veda Verschaffel et al., 2000): gli stereotipi dei problemi verbali standard, le norme implicite ed esplicite che

* Hanno collaborato alla ricerca e alle sperimentazioni Paola Maggi e Lucia Stelli dell'Istituto Comprensivo G. Gamerra di Pisa.

regolano l'attività matematica in classe (il cosiddetto *contratto didattico*), le convinzioni che i bambini costruiscono interpretando l'attività con i problemi. Questi tre aspetti sono profondamente collegati, ma non c'è dubbio che la struttura standard del testo di un problema sia un fattore di particolare rilevanza, che ha grosse responsabilità nell'insorgere degli altri.

A partire da questo tipo di considerazioni alcuni ricercatori arrivano a mettere in discussione il valore didattico dei problemi verbali (Gerofsky, 1996), o comunque a proporre alternative finalizzate a restituire senso all'attività di soluzione di problemi¹ (si veda ad esempio l'attività di modellizzazione descritta da Verschaffel et al., 2000). Il nostro obiettivo in questo articolo è in un certo senso complementare: a partire da un'interpretazione delle risposte apparentemente irrazionali degli allievi che ne attribuisce la responsabilità ad alcune caratteristiche della formulazione standard dei problemi, proporremo un modello per un'analisi del testo di un problema finalizzato ad evidenziare tali caratteristiche, e quindi a dare indicazioni all'insegnante per una (ri)formulazione adeguata.

2. Dalla struttura matematica alla dimensione narrativa

Per analizzare le caratteristiche del testo di un problema standard è necessario sottolineare quella che a nostro parere è la differenza intrinseca più significativa fra problemi reali e problemi scolastici: a differenza dei problemi reali i problemi che gli allievi affrontano a scuola sono *eteroposti*, nel senso che chi pone il problema (insegnante o libro di testo) è persona diversa da chi lo deve risolvere. Da qui il fatto che i problemi a scuola sono espressi attraverso un testo (per lo più scritto), e la necessità di comunicare a chi deve risolvere *cosa* deve risolvere: questa è appunto la funzione di una richiesta esplicita, in genere formulata come domanda.

Inoltre, dati gli obiettivi che l'insegnante si pone con l'attività di soluzione di problemi, l'attenzione prioritaria dell'autore di un problema va alla sua struttura matematica: a partire da tale struttura egli sceglie una situazione in cui contestualizzarla, in genere inserendo solo le informazioni qualitative e quantitative necessarie per la soluzione (Nesher, 1980).

Proprio il testo sintetico del problema secondo Nesher può spiegare il fatto che molti allievi seguono scorciatoie cognitive (quali inferire direttamente dal testo le operazioni da fare) invece che rappresentarsi la situazione descritta e su tale rappresentazione costruire il processo risolutivo. D'altra parte, il fatto che tale strategia abbia successo in molti dei problemi della pratica scolastica a causa della loro struttura stereotipata fa sì che tale abitudine si consolidi in un atteggiamento verso il testo dei problemi: l'allievo si abitua a una lettura selettiva,

¹ In contesto italiano ad esempio Bonotto e Baroni (2011) propongono come alternativa ai classici problemi contenuti nei testi scolastici l'utilizzazione di materiali autentici estrapolati dal contesto extrascolastico.

caratterizzata dall'individuazione dei dati numerici e delle parole chiave, che suggeriscono come 'combinare' i numeri presenti nel testo.

Gerofsky (1996), analizzando il testo di un problema come genere letterario, arriva a identificarne tre componenti: la prima ha a che fare con i personaggi e l'ambientazione della storia; la seconda consiste nelle informazioni necessarie per risolvere il problema; la terza è costituita dalla domanda.

La ricercatrice sostiene che la prima componente in un problema verbale standard è semplicemente un alibi, in quanto la situazione, i personaggi, i luoghi e gli oggetti descritti in genere sono irrilevanti per risolvere il problema cui fa riferimento la seconda componente. Troppa attenzione alla storia addirittura distrae gli allievi dal compito matematico, portandoli a prendere in considerazione aspetti della storia piuttosto che a concentrarsi sulle variabili e operazioni più significative dal punto di vista matematico.

Da tali considerazioni Gerofsky conclude² che è opportuno che il testo presenti solo dettagli utili per la soluzione.

L'esempio seguente sembra testimoniare questo effetto 'distrattore' del contesto (Zan, 2007):

Problema: Ogni volta che va a trovare i nipotini Elisa e Matteo, nonna Adele porta un sacchetto di caramelle di frutta e ne offre ai bambini, richiedendo però che essi prendano le caramelle senza guardare nel pacco.

Oggi è arrivata con un sacchetto contenente 3 caramelle al gusto di arancia e 2 al gusto di limone.

Se Matteo prende la caramella per primo, è più facile che gli capiti al gusto di arancia o di limone?

Perché?

Molti bambini che rispondono 'correttamente' alla prima domanda ("E' più facile che gli capiti all'arancia") alla seconda (Perché?) danno poi risposte di questo tipo:

"Se Matteo prendeva quella al limone ne rimaneva una sola e invece è meglio prenderla all'arancia"

"Perché è il suo gusto preferito"

"Perché ha guardato".

In definitiva un contesto familiare, concreto, che fa riferimento al vissuto del lettore, non sembra avere *di per sé* un ruolo facilitatore nella comprensione e nella soluzione di un problema: a volte, in particolare quando è sintetico, viene addirittura ignorato in una lettura selettiva del testo finalizzata a evidenziare

² Gerofsky non è la sola a dare tale raccomandazione. Toom (1999) ad esempio sostiene che il testo di un problema deve essere ripulito da tutti i dati irrilevanti.

esclusivamente dati numerici e parole chiave; altre volte, in particolare quando è molto ricco di dettagli, favorisce un coinvolgimento nella storia narrata che sembra essere addirittura d'ostacolo al processo risolutivo.

In un lavoro precedente (Zan, 2011) abbiamo proposto un'interpretazione di questo fenomeno, suggerendo di considerare accanto alla dimensione matematica del problema un'altra dimensione: quella *narrativa*, che riguarda le caratteristiche della storia in cui la struttura matematica è contestualizzata e il legame di tale storia con la domanda posta.

Nei paragrafi che seguono ripercorriamo brevemente i fondamenti teorici di tale interpretazione, che costituiranno la base per costruire un modello per l'analisi della dimensione narrativa di un problema.

3. Le proprietà della narrazione

Come abbiamo visto all'origine di un problema c'è una struttura matematica che viene contestualizzata in una situazione che si assume familiare per chi legge: tale situazione viene in genere chiamata *contesto*. Un processo risolutivo significativo si fonda sulla *rappresentazione* del problema (Majer, 1982): se la situazione descritta nel contesto è scelta con attenzione, tale rappresentazione richiama le conoscenze dell'allievo e le mobilita per costruire una soluzione.

In realtà quello che spesso succede è che proprio nella fase di rappresentazione si arena il processo risolutivo: molti ricercatori sostengono che le difficoltà degli allievi in genere sono legate a tale fase più che a quella di soluzione, per cui risulta difficile per l'insegnante capire se ci sono difficoltà o meno anche a livello di processi risolutivi.

Nel caso dei problemi verbali la fase di rappresentazione, cioè la comprensione del problema, mette in gioco naturalmente le competenze linguistiche coinvolte nella comprensione di un testo: in particolare il bambino deve conoscere il significato delle parole presenti nel testo (il cosiddetto *dizionario*); deve poi avere un'adeguata *enciclopedia*, cioè conoscenza delle cose del mondo, che è necessaria anche per cogliere i numerosi impliciti presenti nel testo (per approfondimenti rimandiamo a Zan, 2007).

Un esempio in cui questo appare con chiarezza è il seguente problema:

Leggi attentamente il testo del seguente problema e, senza risolverlo, individua i dati mancanti o superflui:

Un allevatore possiede 47 mucche e 10 cavalli. Una mucca produce in media 15 litri di latte al giorno. Quanto latte viene prodotto ogni giorno nell'allevamento?

Nel problema c'è un dato: superfluo mancante

Quale?.....

Un bambino di V elementare risponde così:

Nel problema c'è un dato: mancante.

Quale? 'Non sappiamo quanto latte producono i cavalli ogni giorno'

Potremmo dire che non fa parte della conoscenza del mondo di quel bambino il fatto che quando si parla di 'produzione' si fa riferimento all'utilizzazione del latte per la vendita e non per l'allattamento dei piccoli: e questa conoscenza, necessaria per poter affrontare il problema, rimane implicita nel testo.

Ma quello che qui vogliamo analizzare è il processo di rappresentazione, quando, come in genere succede, il contesto assume la forma di una *storia*, eventualmente molto breve: il testo quindi descrive un evento che si svolge nel tempo, dei personaggi che compiono azioni finalizzate a uno scopo, e le sue parti sono legate da rapporti di causalità.

Oltre alle competenze linguistiche necessarie per comprendere un testo qualsiasi, la comprensione di una storia mette in gioco quindi un tipo di pensiero in grado di comprendere le persone, le loro intenzioni, i loro sentimenti: è quello che Bruner (1986) chiama *pensiero narrativo*, contrapponendolo al pensiero *paradigmatico* o *logico-scientifico*.

L'idea di *causalità* che entra in gioco nella comprensione di una storia è quella tipica del pensiero narrativo, ed è diversa da quella che caratterizza il pensiero logico:

La struttura di un'argomentazione logica ben costruita è radicalmente diversa da quella di un racconto efficacemente impostato. [...] Il termine «allora» riveste funzioni molto diverse nell'enunciato logico “se X, allora Y” e nel testo narrativo “il re morì e allora morì anche la regina”. Nel primo caso esso allude a una ricerca delle condizioni universali di verità, nel secondo a probabili rapporti particolari fra due eventi: un dolore mortale, il suicidio o un delitto [Bruner, 1986, tr. it. p.16].

Anche se i due tipi di pensiero sono - come scrive Bruner - irriducibili l'uno all'altro, questo non significa affatto che il pensiero narrativo sia un ostacolo per l'apprendimento e l'insegnamento della matematica. Al contrario, la complementarità dei due tipi di pensiero e la centralità del pensiero narrativo nella vita quotidiana fa sì che quest'ultimo possa costituire una formidabile risorsa per lo sviluppo del pensiero logico, e comunque debba essere preso in considerazione nell'insegnamento della matematica.

Demattè (2010, 2011) sottolinea in generale le potenzialità della narrazione per presentare la matematica con un volto nuovo, ben diverso da quello di materia arida e non creativa che è per molti studenti (e non solo), e cita una serie di lavori in cui tali potenzialità vengono esplorate: ad esempio in contesto italiano la proposta di Riccato (2006), in cui le storie vengono utilizzate come modalità per presentare problemi a bambini della scuola primaria, nel senso che sono i protagonisti delle storie a incontrare nelle loro avventure problemi matematici

che i bambini per immedesimazione saranno poi motivati a risolvere. A questo uso delle storie piuttosto diffuso (si veda ad esempio Zazkis e Liljedahl, 2009) e indubbiamente ricco di potenzialità dal punto di vista motivazionale, si può affiancare un uso molto meno esplorato in letteratura e più difficile da gestire nella pratica didattica: quello in cui il problema nasce in modo naturale *nella* storia, e quindi da un lato la comprensione della storia nella sua complessità è essenziale per comprendere il problema, dall'altro la conoscenza delle cose del mondo dell'allievo, evocata dalla storia, favorisce la comprensione e poi la soluzione del problema matematico³.

E' questa funzione della narrazione che qui ci interessa approfondire, e che guida la nostra analisi della 'storia' descritta nel contesto.

Per descrivere le modalità secondo cui la narrazione opera come strumento della mente nella costruzione della realtà, Bruner (1986, 1991) ne evidenzia alcune proprietà, sottolineando esplicitamente l'impossibilità di distinguere nettamente fra la narrazione come testo o discorso narrativo e la narrazione come modalità di pensiero.

Tali proprietà a nostro parere danno dei suggerimenti preziosi per formulare il testo di un problema in modo che il contesto descriva una storia 'comprensibile' per il bambino, e che tale storia sia poi funzionale alla comprensione e soluzione del problema dal punto di vista matematico. In altre parole danno suggerimenti importanti per quella che abbiamo definito (Zan, 2011) la *dimensione narrativa* del problema, che riguarda la struttura della storia in cui è contestualizzato il problema matematico.

Le ripercorriamo quindi una per una (nella versione del 1991, in cui sono dieci), aggiungendo per ognuna di esse la nostra interpretazione riguardo alle possibili implicazioni per i problemi di matematica. Le presentiamo in un ordine diverso dall'originale (di cui però lasciamo traccia nella numerazione) e più funzionale al nostro obiettivo: in particolare mettiamo all'inizio le proprietà che per noi sono di carattere più generale, e lasciamo per ultime quelle che utilizzeremo in modo più esplicito nel nostro modello, per le quali inseriremo anche degli esempi.

2. Particolarità e concretezza (particularity)

La narrazione si occupa di episodi specifici, ma questa specificità sembra essere un mezzo per raccontare una storia più generale (ad esempio: un ragazzo fa la corte a una ragazza, un prepotente viene messo al suo posto, ...). I personaggi e gli episodi delle storie quindi sono 'funzioni' di strutture narrative più generali, da cui traggono il significato. La particolarità di una narrazione è realizzata per il fatto di adempiere a una funzione generica. Ed è grazie a questo che i particolari narrativi possono essere variati.

³ Di questo ultimo tipo è la proposta dello stesso Demattè (2010) di un laboratorio realizzato con studenti di scuola superiore in cui viene richiesto di riformulare sotto forma di storia un problema dato nella classica forma sintetica dei manuali di matematica.

Implicazioni: In un problema la narrazione è un mezzo per veicolare una struttura matematica: narrazioni diverse possono essere utilizzate per rimandare a una stessa struttura matematica.

7. Appartenenza a un genere (*genericness*)

Ogni narrazione può essere riferita a un genere o uno stile.

Implicazioni: Nel caso dei problemi, la loro specificità di genere non risiede a nostro parere nello stile standard stereotipato (che non è intrinseco, ma è frutto di scelte), ma nel fatto che per loro natura i problemi pongono al lettore una richiesta.

5. Violazione della canonicità (*canonicity and breach*)

Innanzitutto non tutte le sequenze di eventi, seppure diacroniche, particolari, e organizzate intorno a stati intenzionali, costituiscono una narrazione: non sono narrazioni i cosiddetti 'copioni' (o 'scripts'), come la sequenza di azioni previste per comportarsi in un modo canonico in una situazione culturalmente definita (ad esempio in un ristorante). Questi 'scripts' sono necessari per una narrazione come background, ma non sono essi stessi narrazione. Peraltro la narrazione prevede una dimensione canonica - quando i fatti si svolgono linearmente come prevedibile - ma prevede anche una rottura di tale canonicità (che rende il racconto stesso degno di esser raccontato), con l'inserimento di fatti inaspettati. Nella narrazione quindi sono presenti sia la normalità che l'eccezionalità.

Implicazioni: Nel caso del testo di un problema entrano in gioco anche *copioni* legati alla struttura matematica, quali i fatti aritmetici noti, gli algoritmi, certe procedure standard di soluzione. Questi copioni sono necessari per comprendere il problema, ma non sono essi stessi problema, in quanto il problema richiede in qualche senso una violazione della 'canonicità matematica'.

10. Accumulazione narrativa (*narrative accrual*)

Le narrazioni tendono ad accumularsi, creando una 'cultura', o 'storia', o 'tradizione'. La canonicità costruita attraverso queste narrazioni permette al singolo individuo da un lato di riconoscersi all'interno di un contesto socio-culturale, dall'altro di deviare da ciò che è considerato canonico e regolare.

Implicazioni: Le storie narrate come impalcatura di problemi significativi dal punto di vista matematico costituiscono una micro-cultura del gruppo classe, cui far continuamente riferimento durante il percorso scolastico.

9. Sensibilità al contesto e negoziabilità (*context sensitivity and negotiability*)

Questa proprietà è legata a quella della componibilità ermeneutica (descritta nella parte successiva): il punto di vista del narratore è solo uno dei tanti possibili. Chi legge inevitabilmente lo fa alla luce del proprio background culturale (e anche delle supposizioni sul background del narratore).

Implicazioni: La valutazione della comprensibilità di una storia narrata nel contesto di un problema va fatta alla luce di quella che si ritiene essere la conoscenza delle cose del mondo del bambino.

Ed ecco invece le proprietà che utilizzeremo esplicitamente nel modello:

1. Sequenzialità o diacronicità (*narrative diachronicity*)

Una narrazione si svolge nel tempo, un 'tempo umano', che è quello degli eventi significativi per i suoi personaggi, piuttosto che il tempo oggettivo.

Implicazioni: Nei problemi in cui manca la dimensione temporale non si può parlare di 'storia'.

È il caso ad esempio del seguente problema e della tipologia di problemi che rappresenta:

Giacomo ha 7 figurine. Luigi ha 4 figurine più di Giacomo. Quante figurine ha Luigi?

8. Composizione pentadica o normatività (*normativeness*)

In ogni storia compaiono almeno cinque elementi: un *attore* che compie un'*azione* con un certo *strumento*, per raggiungere uno *scopo* in una determinata *situazione*. La narrazione procede in modo regolare quando fra questi elementi c'è un rapporto di armonia (dove tale armonia è determinata da convenzioni culturali). Quando tale armonia si spezza, emerge una crisi.

Implicazioni: Nei problemi in cui manca un personaggio animato (eventualmente fantastico), in grado cioè di agire mosso da scopi, non si può parlare di 'storia'.

È il caso ad esempio del seguente problema:

Una cassetta di mele contiene 16 mele. Ogni giorno ne vengono mangiate 3. Dopo 4 giorni quante mele saranno rimaste?

Un'ulteriore implicazione della proprietà di 'composizione pentadica' è che la presenza di una crisi, di un problema per (almeno) uno dei personaggi è particolarmente significativa quando la storia è il contesto di un problema, perché la comprensione della storia suggerisce in modo naturale la richiesta della soluzione della crisi. Quindi rendere problematico il raggiungimento dello scopo dei personaggi, o comunque rendere problematica la situazione descritta (con l'inserimento di opportuni dettagli narrativi) favorisce la comprensione della richiesta del raggiungimento di tale scopo o della soluzione della problematicità della situazione.

Come vedremo più avanti, questo punto è particolarmente significativo non solo per il contesto, ma anche per il collegamento contesto / domanda.

3. Intenzionalità (*intentional state entailment*)

I personaggi di una storia agiscono mossi da scopi, convinzioni, desideri, valori ecc. Comprendere tali stati mentali è necessario per comprendere i motivi delle loro azioni.

Implicazioni: Per comprendere il contesto di un problema è necessario che gli scopi, convinzioni, desideri, valori ecc. dei personaggi siano verosimili, e che sia verosimile il collegamento fra tali stati e le azioni compiute.

Spesso invece nei problemi standard - proprio per il modo in cui nascono, cioè come contestualizzazioni di una struttura matematica che si vuole veicolare - la storia è mal strutturata perché le informazioni essenziali per risolvere il problema sono inconsistenti dal punto di vista narrativo. Un esempio è dato dal seguente problema:

Giulio e Andrea per giocare mettono insieme le loro automobili.

Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobili che aveva all'inizio del gioco. Tutte le automobili sono 48, ma come dividerle?

Andrea ricorda che ne aveva il triplo di Giulio.

Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

Ora, che un bambino voglia riprendersi *lo stesso numero* di automobili, e non le *proprie* automobili, non è per niente verosimile: in altre parole la conoscenza delle cose del mondo evocata dal contesto del problema è incompatibile con lo scopo 'vuole riprendersi lo stesso numero di automobili'. D'altra parte quell'informazione è essenziale per comprendere la richiesta⁴.

4. Componibilità ermeneutica (hermeneutic composability)

Questa proprietà sottolinea la pluralità delle interpretazioni possibili per una storia. In ogni interpretazione hanno un ruolo cruciale sia il controllo continuo della coerenza fra le parti di una storia e la storia nel suo insieme (circolo ermeneutico), sia il sistema simbolico-culturale nel quale è situato chi legge.

La comprensione di una storia dipende quindi dalla capacità del lettore di elaborare le informazioni secondo modalità interpretative, e non dalla sua capacità di attivare procedure di tipo logico.

Implicazioni: Ne segue che in un problema le informazioni rilevanti per comprendere una storia non sono di tipo logico, in particolare non sono necessariamente le informazioni necessarie per risolverlo. Quelli che in un problema spesso vengono liquidati come 'dettagli' irrilevanti possono avere un ruolo fondamentale per permettere al bambino di comprendere e quindi di rappresentare la storia, per poi fondare su tale rappresentazione i processi risolutivi.

⁴ Tra l'altro la formulazione della domanda - 'dividere nel modo giusto' - è comunque infelice: 'giusto' perché restituisce a ogni bambino il numero di automobili che aveva all'inizio, o 'giusto' perché invece supera la disparità che c'era inizialmente fra i due?

Inoltre, i legami narrativi fra le parti del testo - in particolare i legami di causalità - sono importanti per comprendere la storia narrata.

Questa importanza emerge chiaramente da uno studio condotto da D'Amore et al. (1996), in cui ad allievi dalla quarta elementare alla terza media veniva chiesto di riformulare il seguente problema per renderlo più comprensibile a compagni della stessa età:

Tre operai impiegano 6 ore a fare un certo lavoro. Quanto impiegheranno 2 operai a fare lo stesso lavoro?

Una riformulazione tipica è la seguente:

Tre operai fanno tutti i giorni un certo lavoro, tutti insieme, e ogni volta impiegano 6 ore.

Ma uno di loro si ammala e non va a lavorare.

Quel giorno, quindi, gli operai sono solo in 2, ma devono fare lo stesso lavoro.

Secondo te, impiegheranno più tempo o meno tempo? Perché?

Calcola quanto tempo impiegheranno.

L'informazione aggiunta - '*Ma uno di loro si ammala e non va a lavorare*' - non è rilevante per risolvere il problema, ma ha la funzione di collegare con un rapporto di causalità la parte iniziale in cui gli operai sono tre, con quella finale in cui sono due (*'Quel giorno, quindi, gli operai sono solo in 2'*).

6. Opacità referenziale (*referentiality*)

Ad una narrazione non viene richiesto di essere vera, ma verosimile. Per 'verosimiglianza' si intende che quello che succede abbia un 'senso umano', cioè sia comprensibile in base alla conoscenza delle cose del mondo che il lettore ha. In ogni caso il realismo va inteso come una convenzione letteraria piuttosto che come riferimento alla realtà esterna.

Implicazioni: In un problema in particolare le informazioni rilevanti per risolvere il problema (che potremmo chiamare *logicamente rilevanti*) devono essere anche verosimili dal punto di vista narrativo, dove la verosimiglianza narrativa riguarda anche gli scopi dei personaggi (vedi punto 3).

Riprendiamo come esempio il problema delle automobili che abbiamo già visto. Abbiamo osservato che lo scopo di riprendersi lo stesso numero di automobili è poco verosimile. Ancora meno verosimile è che un bambino non si ricordi il numero di automobili che aveva, e si ricordi invece che ne aveva il triplo dell'amico (*'Andrea ricorda che ne aveva il triplo di Giulio'*): d'altra parte questa informazione è essenziale per risolvere il problema.

Riassumendo, le considerazioni fatte suggeriscono alcune proprietà che deve

avere il testo di un problema in cui la struttura matematica è contestualizzata in una storia, per favorirne la comprensione:

- Le varie parti del testo devono essere collegate fra loro dal punto di vista narrativo (con nessi causali, cronologici, ...).
- Nel contesto narrativo, le informazioni e i dettagli narrativi devono essere verosimili (avere 'senso'). In particolare devono avere senso le informazioni necessarie per la soluzione⁵.

Le proprietà della narrazione individuate da Bruner ci hanno anche permesso di osservare attraverso gli esempi proposti alcune criticità nella struttura standard dei problemi verbali, che riassumiamo di seguito.

La prima è che nonostante in letteratura le espressioni 'word problems' e 'story problems' siano usate come sinonimi, in molti problemi manca una vera e propria storia, o perché manca la dimensione temporale, o perché mancano personaggi animati.

Ma soprattutto anche quando il contesto descrive una storia, cioè un evento che si svolge nel tempo, con personaggi animati, spesso il testo è mal strutturato dal punto di vista narrativo, nel senso che viola le proprietà della narrazione sopra enunciate: ad esempio perché i legami narrativi fra le diverse parti del testo non sono chiari, o perché alcune informazioni (in particolare quelle essenziali per risolvere il problema) non sono verosimili dal punto di vista narrativo.

In questi casi parleremo di *fratture narrative* all'interno del contesto.

La nostra ipotesi è che le fratture narrative possano ostacolare una rappresentazione della storia descritta in grado di sostenere il processo risolutivo. Nel caso in cui ci sono informazioni narrativamente inconsistenti (come nel problema delle automobili), l'ostacolo nasce dal fatto che la conoscenza enciclopedica evocata dal contesto spinge verso una rappresentazione che ignora tali informazioni: può essere allora più opportuno rinunciare alla storia e ai dettagli narrativi. Nel caso del problema delle automobili questa scelta porterebbe alla seguente riformulazione:

La somma di due numeri è 48.

⁵ Le due proprietà richiamano la 'coerenza' e la 'plausibilità', che Johnson-Laird nella sua teoria sui modelli mentali (1983) individua come le due caratteristiche di un testo cruciali per l'interpretazione di un discorso, e in particolare per la comprensione di un racconto.

Modelli mentali e pensiero narrativo hanno altri punti in comune (Smorti, 1994), così come differenze significative. Quella che qui mi pare più rilevante è che 'il pensiero narrativo costruisce interpretazioni non necessariamente fondate sul rapporto causa-effetto. La metafora chiave alla base è appunto quella narrativo-storica. Al contrario i modelli mentali sono influenzati da una metafora chiave di tipo meccanicistico. Come dice Johnson-Laird: «qualsiasi teoria scientifica della mente deve per forza considerarla come un automa. Non è un mezzo per toglierle di significato o per deumanizzarla, ma una diretta conseguenza della commutabilità delle teorie scientifiche». (...) Nella costruzione di un modello del ragionamento quotidiano ci si baserà dunque sulla costruzione di rapporti causa-effetto.' (Smorti, 1994, pp.100-101).

*Si sa che uno dei due numeri è il triplo dell'altro.
Quali sono i due numeri?*

Nel caso in cui mancano legami fra le varie parti del testo, il processo di rappresentazione può essere invece inibito. E in effetti in una tesi di laurea che ho seguito su questo argomento, alla richiesta di commentare il testo del problema degli operai alcuni bambini dichiarano⁶:

*'non riesco a immaginare la scena perchè non so che lavoro fanno'
'non capisco come rispondere alla domanda perchè all'inizio gli operai sono tre,
e poi sono due, non è spiegato molto bene'*

ma soprattutto:

'questo problema è troppo corto e non si riesce a capire bene quello che succede'

4. Il collegamento fra domanda e contesto

Finora ci siamo occupati della comprensione della storia, quindi del contesto. Ma c'è un altro elemento importante in un problema: la domanda. Come abbiamo già osservato la presenza di tale elemento è legata al fatto che i problemi scolastici sono *eteroposti*: chi pone il problema (insegnante o libro di testo) è persona diversa da chi lo deve risolvere.

Da questa struttura 'contesto + domanda' segue che la comprensione del problema implica non solo la comprensione del contesto - della storia - ma anche quella della domanda. Maggiore è il collegamento fra la domanda e la storia narrata nel contesto, più la comprensione della storia favorirà la comprensione della domanda e in definitiva del problema. Può addirittura accadere che la comprensione del contesto renda inutile la domanda, in quanto naturale e quindi prevedibile. Ad esempio se sentiamo dire da una collega *'Domani c'è il collegio dei docenti, ma ho la bimba malata'*, la problematicità del contesto è talmente evidente che la domanda (*'Come posso fare?'*) è del tutto superflua: la anticipiamo noi stessi mentre ascoltiamo⁷.

L'importanza di un collegamento naturale fra contesto e domanda per la comprensione del problema è ampiamente documentata dalle ricerche riportate

⁶Interessante osservare che dopo un lavoro sulla riformulazione (condotto anche attraverso vari tipi di rappresentazione), in cui le parti scollegate del testo vengono 'cucite' con rapporti di causalità (narrativa) molti bambini riescono a risolvere il problema.

⁷ Questa problematicità non è intrinseca alla situazione, ma è legata ad aspetti socio-culturali: la riconosciamo in quanto la *storia* della collega ci richiama esperienze simili, il nostro vissuto, le nostre emozioni... in definitiva la nostra conoscenza delle cose del mondo. La stessa storia raccontata in contesti socio-culturali differenti (ad esempio a bambini piccoli, o a persone che hanno solo esperienza di famiglie patriarcali) non verrebbe probabilmente riconosciuta come problema.

da Margaret Donaldson (1978) nel suo libro *Come ragionano i bambini*. Discutendo alcune classiche prove di Piaget, la studiosa sottolinea l'importanza che la domanda posta dallo sperimentatore abbia un legame con il contesto sperimentale, che abbia 'senso umano' per il bambino. Donaldson porta molti dati a sostegno di questa tesi, facendo vedere come basta un cambiamento di contesto tale da rendere 'sensata' la domanda per ottenere un aumento significativo delle risposte corrette.

Una delle prove discusse da Donaldson è quella finalizzata a riconoscere la capacità del bambino di rendersi conto del punto di vista di un altro, cioè di saper immaginare quello che un'altra persona vede se guarda da un punto di vista diverso la stessa cosa da lui osservata.

Nella sua prova originale Piaget (Piaget e Inhelder, 1967) usa un modello costituito da tre montagne, distinte l'una dall'altra per il colore ed altre caratteristiche. Il modello è posto su un tavolo, ed il bambino siede da una parte di questo tavolo. Quindi lo sperimentatore prende una bambola, e la mette in una posizione diversa da quella del bambino, chiedendogli che cosa vede la bambola. Dato che per il bambino sarebbe difficile dare una descrizione verbale, gli viene chiesto di scegliere fra alcune raffigurazioni del modello. In genere i bambini di circa 8 anni o perfino 9 rispondono scorrettamente, e c'è una forte tendenza a scegliere la figura che rappresenta il proprio punto di vista, cioè esattamente quello che essi stessi vedono. L'interpretazione di Piaget di questo insuccesso è che al bambino manca la capacità di considerare il proprio punto di vista come uno dei tanti possibili.

Nel criticare questa conclusione Donaldson riporta uno studio di Martin Hughes, basato come altri su una modifica significativa del contesto. Il ricercatore si serve di due 'muri' che s'intersecano a formare una croce, e di due pupazzetti che rappresentano rispettivamente un poliziotto ed un bambino. Si inizia con una serie di attività preliminari finalizzate a far capire al bambino la situazione, quindi comincia il vero e proprio test, con un compito più complesso: entra in scena un altro poliziotto, e si chiede quindi al bambino di nascondere il pupazzo ai due poliziotti (il che richiede il coordinamento di due punti di vista diversi).

In questa versione del problema delle montagne i risultati sono incredibilmente migliori: su 30 bambini dai tre anni e mezzo ai cinque, il 90% risponde correttamente. Certo i due problemi presentano delle differenze significative: nella versione di Hughes ad esempio si chiede al bambino di stabilire *cosa* può essere visto, ma non *come* apparirà. Eppure, sottolineano Hughes e Donaldson, questo non sembra poter spiegare le differenze così grandi fra i comportamenti dei bambini nei due casi, in particolare come mai i bambini piccoli, nella versione di Piaget, scelgano in genere *il proprio punto di vista* e non un altro, eventualmente sbagliato. Gli studiosi concludono suggerendo che in realtà i bambini che nel test delle tre montagne danno risposte definite 'egocentriche' non capiscono pienamente cosa viene loro richiesto. Invece nel caso della

versione di Hughes i bambini sembrano afferrare immediatamente la situazione, e comprendere la domanda: anche se non hanno mai fatto l'esperienza di nascondersi ad un poliziotto, sanno cosa significa da una parte volersi nascondere per evitare conseguenze indesiderabili, dall'altra cercare una persona nascosta.

Il fatto è che il bambino cerca di dare un *sensu* al compito che gli viene posto. Questa attribuzione di senso è naturale se i personaggi appaiono mossi da *motivi* ed *intenzioni* a lui comprensibili, e se la richiesta è coerente con tali motivi ed intenzioni, in altre parole se il compito richiede al bambino di agire secondo schemi legati a scopi e interazioni fondamentali. In caso contrario il bambino troverà eventualmente un *sensu esterno*, appoggiando l'interpretazione della richiesta al fatto che chi emette il messaggio è un adulto che ha l'autorità di fare richieste, ed al comportamento di tale adulto.

Possiamo anche dire che nel caso del test delle montagne la domanda è una domanda *sul* contesto, posta da una persona ad esso esterna. Invece nella versione del poliziotto la domanda scaturisce *nel* contesto: è una domanda che il protagonista stesso (il pupazzo-bambino) potrebbe porsi.

Anche in questo caso (test delle montagne) proponiamo allora di parlare di *frattura narrativa*: a differenza degli esempi analizzati nel paragrafo precedente, in cui la frattura narrativa si verificava all'interno del contesto, qui essa si situa fra contesto e domanda.

Nella maggior parte dei problemi standard questa frattura narrativa è presente: la domanda è *sul* contesto, non nasce *nel* contesto. In altre parole la domanda in genere non fa riferimento alla storia narrata, delineata dai legami fra gli elementi che compaiono, ma a singoli elementi di tale storia, interrompendone la continuità e rendendone inutile la comprensione, o addirittura dannosa (nel senso che il calarsi nella storia può essere di ostacolo alla comprensione della domanda).

Consideriamo ad esempio il seguente problema:

Anna e il suo fratellino Marco vanno a fare la spesa per la mamma. Devono prendere il latte, il pane, e il detersivo per la lavatrice. La mamma dà loro 10 euro. Al supermercato comprano tutto quello che la mamma ha chiesto. Pagano 1 euro e 50 centesimi per il latte e 1 euro e 40 centesimi per il pane. Hanno di resto 3 euro. Quanto è costato il detersivo per la lavatrice?

La domanda prescinde dalla storia narrata: il fatto che il detersivo sia stato comprato da Anna e Marco in certe circostanze è irrilevante per capire la domanda stessa. In altre parole la comprensione della domanda non mette in gioco la conoscenza enciclopedica evocata dal contesto.

In generale in presenza di una frattura narrativa fra contesto e domanda la rappresentazione della situazione descritta dal contesto non favorisce la comprensione della domanda (e quindi il processo risolutivo necessario per rispondere), anzi, addirittura la può ostacolare. Se la domanda finale non emerge narrativamente dalla storia, gli allievi che affrontano il problema con un approccio narrativo tenderanno a rispondere a una domanda suggerita dalla storia, oppure, in mancanza di una domanda naturale, cercheranno di completarla. In entrambi i casi, sembreranno perdersi nel 'bosco narrativo'⁸ che l'autore del problema ha costruito. Più in generale ci si può aspettare che l'allievo non comprenda la domanda posta, e quindi dia risposte diverse da quella attesa.

È il caso a nostro parere del problema di nonna Adele che abbiamo visto nel secondo paragrafo, in cui le risposte riportate:

"Se Matteo prendeva quella al limone ne rimaneva una sola e invece è meglio prenderla all'arancia"

"Perché è il suo gusto preferito"

"Perché ha guardato".

fanno pensare che i bambini abbiano *completato* la storia raccontata, o abbiano risposto a una domanda diversa.

L'importanza del collegamento contesto / domanda ci spinge a chiederci come deve essere formulata la domanda per essere consonante con il contesto.

Se esaminiamo la prova dei poliziotti riportata da Donaldson, la comprensibilità della richiesta (*'metti il pupazzo in modo che i poliziotti non lo vedano'*) dipende dal fatto che essa richiama uno scopo naturale e quindi a sua volta comprensibile (nascondersi dall'inseguitore), e che tale scopo è evocato dal contesto.

Più in generale le considerazioni di Donaldson suggeriscono che un legame naturale forte fra contesto e domanda si ha quando (come nel caso del test del poliziotto) la domanda riguarda il raggiungimento di uno scopo che emerge in modo chiaro dal contesto: *come può fare il personaggio xxx a raggiungere il suo scopo?* Più questo scopo è evidente e comprensibile⁹, più la domanda stessa appare naturale, e quindi a sua volta comprensibile.

⁸ Quella di 'bosco narrativo' è una metafora di Umberto Eco (1994): *'Il bosco è una metafora per il testo narrativo; non solo per testi fiabeschi, ma per ogni testo narrativo. Vi sono boschi come Dublino, dove invece di Cappuccetto Rosso si può incontrare Molly Bloom, o come Casablanca, dove si incontrano Ilsa Lund o Rick Blaine.*

Un bosco è, per usare una metafora di Borges (...) un giardino dai sentieri che si biforcano. Anche quando in un bosco non ci sono sentieri tracciati, ciascuno può tracciare il proprio percorso decidendo di procedere a destra o a sinistra di un certo albero e così via, facendo una scelta a ogni albero che si incontra. In un testo narrativo il lettore è costretto a ogni momento a compiere una scelta.' [Umberto Eco, 1994, tr. it. p.7].

⁹ Questa evidenza naturalmente non è una caratteristica assoluta dello scopo, ma è legata al vissuto e alla prospettiva di chi legge.

Una conferma di questa ipotesi l'abbiamo avuto da un'indagine condotta con due diverse versioni del problema di nonna Adele.
La prima parte è la stessa nelle due versioni¹⁰:

Ogni volta che va a trovare i nipotini Elisa e Matteo, nonna Adele porta due sacchetti di caramelle che i bambini dovranno mettere nel cassetto di cucina, per poi mangiare una caramella ogni tanto.

La prima caramella però la possono mangiare subito, ma nonna Adele vuole che Elisa e Matteo la prendano da uno dei due sacchetti senza guardare dentro.

Oggi la nonna è arrivata con due sacchetti, uno bianco e uno rosso, e dice ai bambini: "In quello bianco ci sono 4 caramelle al gusto di menta e 3 al gusto di arancia, in quello rosso ci sono 3 caramelle al gusto di menta e 4 al gusto di arancia".

Le due versioni differiscono invece per la domanda finale. Mentre nella versione B rimane la frattura narrativa fra contesto e domanda che era presente nella versione originaria, nella versione A tale frattura viene risolta introducendo in modo implicito uno scopo naturale (*a Matteo piacciono di più le caramelle all'arancia*) che viene richiamato nella domanda.

VERSIONE A (frattura narrativa risolta):

Se a Matteo piacciono di più le caramelle all'arancia, da quale dei due sacchetti gli conviene pescare?

Perché?

VERSIONE B (frattura narrativa):

Se Matteo può prendere le caramelle per primo, è più facile che gli capiti una caramella all'arancia se pesca dal sacchetto bianco o dal sacchetto rosso?

Perché?

Il problema è stato proposto a 112 bambini di otto classi seconde di scuola Primaria appartenenti a tre diversi Istituti Comprensivi di Pisa. In ogni classe sono state assegnate entrambe le versioni formando gruppi di alunni di ugual numero, seguendo l'ordine alfabetico. Ogni versione è stata proposta a 56 alunni. A conferma della nostra ipotesi il numero delle risposte corrette e complete ad entrambe le domande nella versione A (44 su 56) è maggiore rispetto a quelle date alla versione B (27 su 56). Ma quello che qui ci interessa sottolineare sono le argomentazioni fornite nelle due versioni a giustificazione della scelta fatta.

¹⁰ In realtà nella riformulazione abbiamo cambiato leggermente anche la struttura matematica. Per costruire una situazione in cui il protagonista abbia uno scopo, è infatti molto più naturale ideare un contesto in cui c'è possibilità di scelta. Questo suggerisce una riformulazione del problema originario in cui ci sono due sacchetti anziché uno, in modo da poter legare gli scopi del protagonista al confronto fra due possibili decisioni: l'estrazione di una caramella di un gusto da un sacchetto, oppure di una caramella dello stesso gusto da un sacchetto diverso.

Molte delle risposte date alla versione B dai bambini che rispondono correttamente alla prima domanda riportano argomentazioni ambigue o scorrette, confermando l'ipotesi che in questi casi non ci sia stata comprensione della domanda.

Alcuni sembrano piuttosto completare la storia:

"Bianco perché io credo che prende quello";

"Secondo me è quello bianco perché mi piacciono le arance";

"La pesca tutte e due perché la nonna non vuole che la mangiano la caramella all'arancio";

eventualmente ignorando completamente la domanda:

"La nonna li vuole bene e voleva che Elisa e Matteo giocano".

Altri fanno riferimento a schemi risolutivi tipici di problemi più standard:

"Elisa ha 7 caramelle e Matteo il doppio";

"Perché se ci mettono 3 sacchetti e 6 sacchetti sono al pari";

"Matteo ha il sacchetto con più caramelle e invece Elisa ha il sacchetto più piccolo";

per rendersi conto magari che tali schemi non funzionano:

"Matteo ha mangiato più caramelle di Elisa. Non mi riesce!!!".

Particolarmente interessante per noi è la risposta di un bambino:

"Perché gli piacciono le caramelle all'arancia".

che sembra riportare la domanda a uno scopo 'sensato' di Matteo, lo stesso richiamato nella formulazione della richiesta della versione A.

Le osservazioni fatte riguardano la domanda di un problema, ma ci portano anche a riconoscere alcune caratteristiche del contesto (cioè della storia) che lo rendono adatto a far scaturire una domanda conclusiva: se un modo naturale per collegare la domanda alla storia è richiamare nella domanda gli scopi dei personaggi della storia stessa, per quanto riguarda la storia appaiono particolarmente importanti quei dettagli narrativi che evidenziano tali scopi. Scopi che verranno poi ripresi dalla domanda: *come può fare il personaggio xxx a ... (raggiungere il suo scopo)?*

Il riferimento agli scopi può essere esplicito, nel qual caso è in genere marcato nel testo da indicatori linguistici quali 'vuole', 'deve', ma può anche rimanere implicito, come nel caso di nonna Adele, in cui lo scopo di Matteo di prendere una caramella all'arancia è evocato dall'informazione *'a Matteo piacciono di più le caramelle all'arancia'*.

La presenza di uno scopo però non è ancora sufficiente a garantire la possibilità di un collegamento naturale con la domanda, che è quello che qui ci interessa. Perché la domanda abbia senso rispetto alla storia narrata quest'ultima deve essere aperta, sospesa. Occorre cioè poter immaginare che i protagonisti possano

incidere sugli eventi, attraverso scelte e decisioni che ne modificano il corso, e che in qualche modo dipendono dalla risposta data alla domanda: tale risposta dovrebbe suggerire un'ipotetica continuazione della storia che riflette le conseguenze delle scelte e delle decisioni sugli eventi narrati. Ad esempio nel caso del test del poliziotto la risposta alla domanda (*'Come può fare il pupazzo bambino a nascondersi al poliziotto?'*) suggerisce una possibile evoluzione della storia, a partire da quella già narrata.

Questo ovviamente non è possibile se la storia è chiusa, se si limita cioè a descrivere fatti già successi: in tal caso non c'è spazio per sue possibili evoluzioni, e ogni domanda sulla storia sarà semplicemente come una domanda artificiosa fatta al lettore *sul* contesto.

Quindi non è sufficiente che un personaggio abbia uno scopo, ma è anche necessario che questo scopo non sia stato ancora raggiunto.

Per chiarire meglio quanto detto fin qui analizziamo alla luce delle considerazioni fatte il seguente problema¹¹:

Per il compleanno di Ciancicasorci, uno dei gattini gialli, sono venuti tanti amici. Nel cortile del castello ci sono 40 gattini in festa. Pasticcia fa avanti e indietro dalla cucina portando frittelle di alici e succo di erba gatta. Ha preparato tavoli rotondi, coperti di tovaglie fatte di mortadella. Intorno a ogni tavolo c'è posto per 5 gattini. Quanti sono i tavoli?

Il contesto narra un fatto già avvenuto: la strega ha *già* invitato i gattini, ha *già* preparato la quantità di tavoli necessari. La storia è chiusa: a chi serve *adesso* sapere quanti sono i tavoli? Ovviamente a nessuno. O meglio, presumibilmente all'insegnante (visto che lo chiede): ma quello che in realtà gli/le serve non è sapere il numero dei tavoli, ma sapere se chi legge sa rispondere alla domanda. In definitiva la domanda non ha una relazione narrativa con una storia già chiusa, se non quella di utilizzare (alcuni) elementi della storia stessa per controllare le conoscenze e abilità di chi deve rispondere.

Per 'aprire' la storia e poter immaginare che i protagonisti possano incidere sugli eventi, possano fare scelte e prendere decisioni che ne modificano il corso dobbiamo quindi introdurre degli scopi, ma anche trasformare il resoconto di un fatto accaduto nella descrizione di un progetto da realizzare.

Ad esempio:

¹¹ Tratto dal testo *Gatto più gatto meno, 1* (di Maria Luisa Bigiaretti, Nicola Milano Editore): i problemi proposti raccontano le avventure e le disavventure di dodici gattini che vivono in un vecchio castello con una strega (Pasticcia) buona e pasticciona, e quindi sono molto attenti agli aspetti affettivi e motivazionali.

*Per il compleanno di Ciancicasorci, uno dei gattini gialli, la strega Pasticcia **vuole invitare** 40 gattini.*

*Nel giardino ha dei tavoli rotondi. Intorno a ogni tavolo c'è posto per 5 gattini. La strega **vuole coprire** i tavoli con tovaglie fatte di mortadella.*

Quanti tavoli deve preparare?

A questo punto la domanda '*Quanti tavoli deve preparare la strega?*' si inserisce perfettamente nella storia: è una necessità della strega saperlo. Questa necessità si può enfatizzare aggiungendo dettagli narrativi che evidenzino ostacoli al raggiungimento dello scopo, secondo una delle proprietà enunciate da Bruner e descritte nel paragrafo precedente (la composizione pentadica o normatività): la presenza di una crisi, di un problema per (almeno) uno dei personaggi è particolarmente significativa quando la storia è il contesto di un problema, perché la comprensione della storia suggerisce in modo naturale la richiesta della soluzione della crisi¹².

Ecco il testo ulteriormente modificato in tal senso:

Per il compleanno di Ciancicasorci, uno dei gattini gialli, la strega Pasticcia vuole invitare i suoi amici gattini.

Nel giardino ha dei tavoli rotondi. Intorno a ogni tavolo c'è posto per 5 gattini.

La strega vuole coprire i tavoli con tovaglie fatte di mortadella. Va quindi dal salumiere per comprare la mortadella, ma quando è il suo turno non si ricorda più di quante fette ha bisogno. Fortunatamente nella sua borsetta ha la lista degli invitati e li conta: sono 40.

Come può fare la strega per sapere quante fette deve comprare per apparecchiare i tavoli?

Un altro esempio è il seguente:

Per preparare la marmellata di pesche la nonna ha usato 10 kg di pesche e 5 kg di zucchero.

La marmellata che si ottiene (togliendo gli scarti e tenendo conto della cottura) è i 3/5 del peso iniziale di pesche e zucchero.

Quanti vasetti della capacità di 250 grammi ha utilizzato la nonna?

In questo caso - a differenza del precedente - nel contesto è già presente uno scopo ('*preparare la marmellata di pesche*'). Ma come nel precedente il contesto

¹² Peraltro il riferimento agli ostacoli nel raggiungimento di uno scopo rimanda proprio alla definizione di 'problema'. Ad esempio secondo Duncker (1935):

'Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla.'

Tale definizione colma la distanza fra problemi reali e problemi di matematica verbali: questi ultimi diventano infatti casi particolari di problemi reali (in quanto richiedono per la risoluzione strumenti matematici). Come scriveva Alice, terza elementare (Zan, 1998): *'Il problema di matematica è un problema di italiano però da risolvere in numeri'*.

narra un fatto già avvenuto: in particolare lo scopo è già stato raggiunto. A chi serve adesso sapere quanti vasetti sono stati utilizzati?

Anche in questo caso è sufficiente aprire la storia, in particolare modificare i tempi del racconto dal passato al futuro, in modo che conoscere la risposta alla domanda serva al protagonista (la nonna) per raggiungere il suo scopo:

*La nonna **deve preparare** la marmellata di pesche con 10 kg di pesche e 5 kg di zucchero.*

La marmellata che si ottiene (togliendo gli scarti e tenendo conto della cottura) è i 3/5 del peso iniziale complessivo di pesche e zucchero.

Quanti vasetti della capacità di 250 grammi servono alla nonna?

Anche in questo caso si possono enfatizzare alcuni dettagli narrativi in modo da facilitare la comprensione della storia e della richiesta.

Ad esempio:

Anche quest'anno la nonna vuole preparare insieme alla sua nipotina Martina la marmellata con la frutta del suo giardino che le piace tanto: hanno raccolto ben 10 kg di pesche, e per fare la marmellata bisogna aggiungere 5 kg di zucchero, come dice la ricetta.

Martina è tutta contenta: "Nonna, ti immagini? Quanta marmellata solo per me!"

E la nonna le dice: "Vedi di non mangiarla tutta in un mese! Comunque quando avremo tolto gli scarti e avremo cotto tutto, ci rimarrà all'incirca i 3/5 del peso iniziale complessivo di pesche e zucchero! Anzi, fammi un piacere. Vai a prendere in cantina i barattoli così li lavo per bene prima di metterci la marmellata: prendi quelli dello scaffale in basso, da 250 grammi."

Martina è contenta di fare un piacere alla nonna, ma non ha voglia di fare viaggi inutili. Deve trovare il modo per capire quanti barattoli servono: puoi aiutarla?

Osserviamo che in questo caso il personaggio il cui scopo è richiamato dalla domanda (e che chiameremo il *protagonista* del problema) non è più la nonna ma Martina: lo scopo stesso è leggermente cambiato (prendere i barattoli necessari senza fare viaggi inutili) e i dettagli narrativi (i barattoli da prendere in cantina) hanno la funzione di rendere tale scopo comprensibile e condivisibile, utilizzando la conoscenza delle cose del mondo del bambino.

Un'ultima osservazione riguarda un caso particolarmente interessante, in cui le proprietà che abbiamo evidenziato sono tutte rispettate, eppure non è garantito quello che a noi qui interessa, cioè che il pensiero narrativo attivato dalla storia sostenga il processo risolutivo attraverso la mobilitazione della conoscenza enciclopedica evocata.

Si tratta di una tipologia di problemi cui abbiamo fatto riferimento nel terzo paragrafo: quelli in cui le storie vengono utilizzate come modalità per presentare problemi, nel senso che sono i protagonisti delle storie a incontrare nelle loro

avventure problemi matematici che i bambini per immedesimazione saranno poi motivati a risolvere.

Un esempio è il seguente:

Dopo tante avventure il cavaliere Nadir può finalmente tornare a casa. Il terzo giorno di viaggio arriva a un grande fiume: si guarda intorno e vede solo una barca; accanto alla barca sta seduto un vecchio con una lunghissima barba bianca. Nadir si avvicina al vecchio, e gli chiede gentilmente: "Caro vecchio, mi puoi portare dall'altra parte del fiume? Devo tornare a casa. Ti posso pagare 5 denari: è tutto quello che mi rimane."

Il vecchio risponde: "Non voglio i tuoi denari. Ma io porto dall'altra parte del fiume solo i valorosi che sanno rispondere alle mie domande. E ti assicuro che finora sono stati pochi."

Nadir dice: "Non ho paura delle tue domande, caro vecchio. Sono pronto. Chiedimi e risponderò."

E il vecchio: "Nel tempio antico c'è un tappeto rettangolare, fatto di quadratini tutti uguali cuciti insieme dalle donne del paese. Il bordo è formato da 44 quadrati, e sul lato lungo del bordo c'è il doppio di quadrati che su quello corto."

Se vuoi che ti porti dall'altra parte del fiume, valoroso cavaliere, mi devi dire: quanti quadrati c'erano sul lato lungo di quel tappeto, e quanti sul lato corto?"

Puoi aiutare Nadir a rispondere?

Come abbiamo osservato, questo tipo di contestualizzazione ha notevoli potenzialità dal punto di vista motivazionale: in particolare 'scarica' la responsabilità di rispondere sul protagonista della storia, e coinvolge l'allievo in modo indiretto, riducendo la sensazione di essere chiamato in causa direttamente per dimostrare di sapere la risposta. Inoltre permette di riformulare con poco sforzo qualsiasi tipo di problema matematico. Nell'esempio che abbiamo proposto siamo partite da un problema del Rally Matematico Transalpino¹³, e cambiando leggermente il contesto del problema originale (la coperta è diventata un tappeto) l'abbiamo poi inserito in un contesto più largo, in cui assume la funzione di prova da risolvere per il protagonista Nadir.

Questa strategia permette di presentare anche problemi complessi matematicamente: anzi, maggiore è la complessità del problema proposto, più coinvolgente è la storia. Ma quello che a noi interessa della storia non è tanto la sua potenzialità a livello motivazionale, quanto la sua potenzialità nel sostenere il processo risolutivo, attraverso la conoscenza delle cose del mondo evocata.

In questo caso la risposta alla domanda ('*quanti quadrati c'erano sul lato lungo di quel tappeto, e quanti sul lato corto?*') pur essendo funzionale al raggiungimento dello scopo del protagonista (farsi portare di là dal fiume) è collegata alla storia in modo artificioso. Per convincersene basta pensare che nella stessa storia possiamo inserire *qualunque* problema matematico. Detto con

¹³ Si tratta di 'La coperta della nonna', prova del gennaio/febbraio 2001, 9° Rally, (cat. 5 e 6).

altre parole, si può rispondere alla domanda senza tener conto della storia. Più precisamente la storia aiuta a dare un senso alla domanda, ma non aiuta a comprendere il problema la cui soluzione è necessaria per rispondere alla domanda. Anche in questo caso quindi, seppure l'espedito narrativo di inserire il problema matematico in una storia possa essere efficace dal punto di vista motivazionale, il pensiero narrativo evocato dalla storia non sostiene il processo risolutivo.

Per concludere riassumiamo le caratteristiche che devono avere il contesto e la domanda perché ci sia un collegamento diretto e naturale fra contesto e domanda:

- Conoscere la risposta alla domanda deve servire a un personaggio (il protagonista del problema) per raggiungere il suo scopo.

Nota: A volte nei problemi la domanda è posta direttamente a chi legge. In tal caso, deve essere formulata in modo da indurre il lettore di calarsi nel ruolo del protagonista. Ad esempio: 'Come può fare / 'Aiuta ... / Se tu fossi ...'.

- Nel contesto ci deve quindi essere un personaggio che vuole o deve raggiungere uno scopo.

- All'interno della storia tale scopo non deve essere stato ancora raggiunto.

- Il problema matematico da risolvere deve scaturire in modo naturale e diretto dal contesto, e non essere invece posto in modo artificioso nel contesto stesso.

Queste proprietà si aggiungono a quelle del contesto che abbiamo evidenziato nella prima parte e che ricordiamo:

- Le varie parti del testo devono essere collegate fra loro dal punto di vista narrativo (con nessi causali, cronologici, ...).

- Nel contesto narrativo, le informazioni e i dettagli narrativi devono essere verosimili (avere 'senso'). In particolare devono essere verosimili le informazioni necessarie per la soluzione.

5. Il modello C&D per la formulazione del testo di un problema

Le riflessioni fatte nei due paragrafi precedenti ci permettono di delineare un modello per la formulazione del testo di un problema che tenga conto sia della necessità di una storia ben strutturata, che di un collegamento naturale e diretto fra contesto e domanda, in modo che la comprensione della storia narrata nel contesto sia davvero funzionale alla comprensione del problema.

Il modello (Fig. 1) descrive quindi le proprietà che abbiamo evidenziato per Contesto e Domanda (da cui modello C&D), organizzandole in tre blocchi:

- il primo garantisce che ci sia una storia (proprietà C0), condizione necessaria perché abbia senso richiedere le proprietà successive;

- il secondo riguarda il collegamento fra domanda e contesto, e si articola in una proprietà per la domanda (D), e in tre proprietà per il contesto (C1, C2, C3);

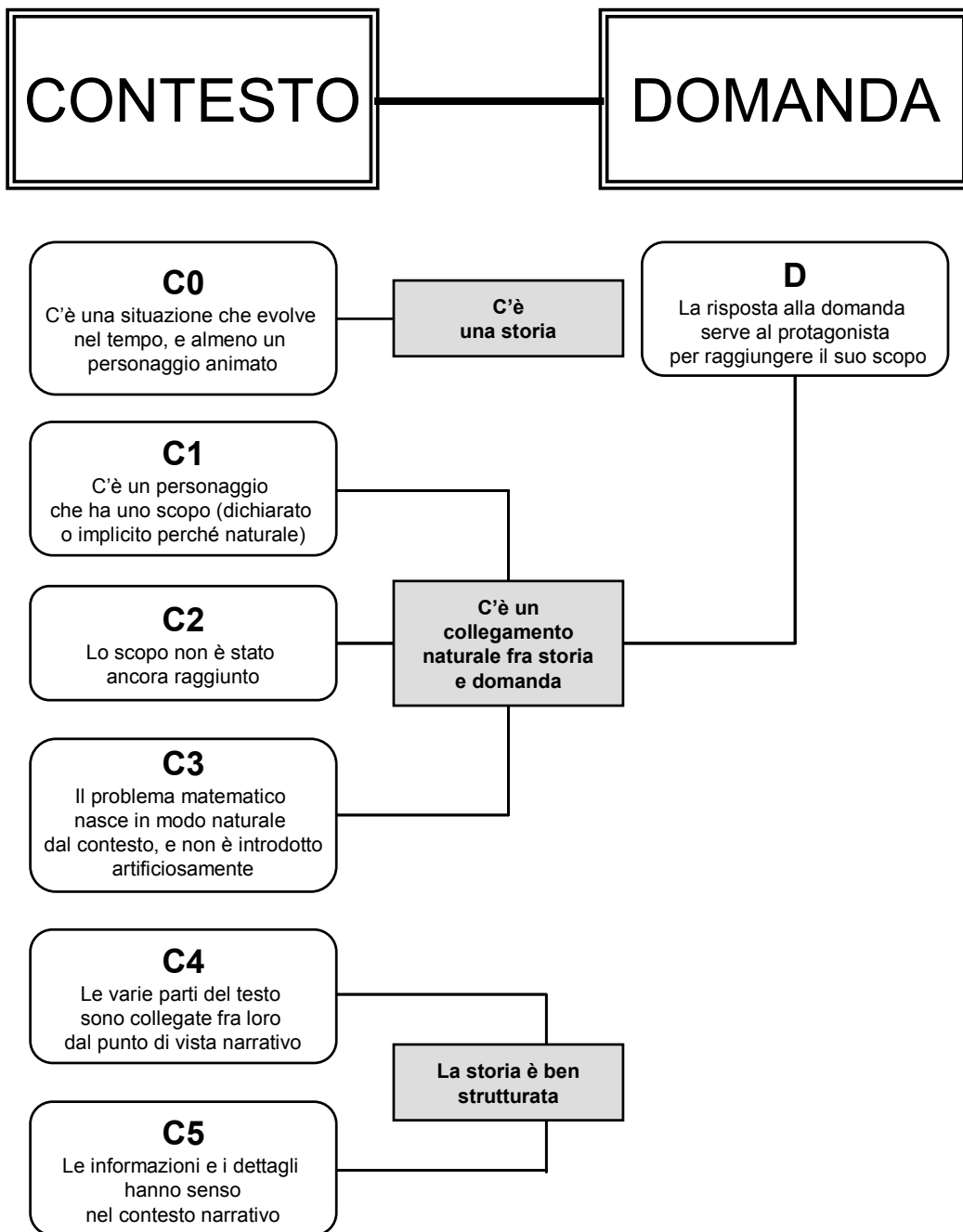


Fig. 1: Il modello C&D per la formulazione del testo di un problema

- il terzo riguarda la strutturazione della storia narrata nel contesto, e si articola in due proprietà per il contesto (C4 e C5).

In un problema che abbia tutte le caratteristiche indicate il pensiero narrativo attivato dalla storia sostiene il processo risolutivo: è quello che chiamiamo *problema a righe*, per sottolineare la profonda integrazione fra l'aspetto matematico e quello narrativo. In un problema a righe in particolare la lettura selettiva del testo non è una strategia vincente, perché i dettagli della storia sono tutti funzionali alla comprensione del problema.

Il modello descritto può anche essere utilizzato per analizzare il testo di un problema, e riconoscere eventuali fratture narrative: in questo modo da un lato l'insegnante ha informazioni per meglio interpretare i comportamenti degli allievi, soprattutto di quelli in difficoltà, dall'altro ha indicazioni per eventuali riformulazioni, cioè per trasformare il problema in un problema a righe.

In Fig. 2 è riportata una griglia costruita a partire dal modello C&D con tali finalità. La griglia presenta una successione di controlli da eseguire sul testo. L'ordine di tali controlli introduce una gerarchia tra le proprietà evidenziandone i legami. Più precisamente:

- il primo controllo da fare è ovviamente sulla presenza o meno di un contesto narrativo (proprietà C0), poiché in mancanza di una storia l'analisi si ferma;
- a questo punto si deve controllare separatamente che ci sia collegamento fra contesto e domanda e che il contesto sia ben strutturato dal punto di vista narrativo;
- il controllo sul collegamento contesto / domanda inizia con il controllo della proprietà C1; in caso di esito positivo si passa al controllo di D e quindi di C2 e di C3; se tutti questi controlli hanno esito positivo possiamo concludere che domanda e contesto sono ben collegati; in caso contrario, il controllo che ha dato esito negativo segnala quale tipo di frattura narrativa è presente;
- il controllo sulla struttura narrativa del contesto si articola in due controlli indipendenti (e quindi da effettuare entrambi): quello della proprietà C4 e quello della proprietà C5; se entrambi questi controlli hanno esito positivo, possiamo concludere che la storia è ben strutturata; altrimenti, anche in questo caso il controllo che ha dato esito negativo segnala quale tipo di frattura narrativa è presente.

Per facilitare sia il processo di analisi che quello di riformulazione abbiamo pensato di categorizzare con etichette i diversi casi in cui contesto o domanda non verificano le proprietà richieste: tali etichette segnaleranno quindi gli aspetti su cui è necessario intervenire per un'eventuale riformulazione.

Le etichette che proponiamo sono (seguendo l'ordine dei controlli indicato nella griglia):

- problema *vuoto* (non C1): quando non viene evidenziato alcuno scopo (esempio: il problema di nonna Adele; il problema del compleanno);
- problema *spezzato* (non D): quando la risposta alla domanda non serve a un personaggio per raggiungere il suo scopo (esempio: il problema della spesa);
- problema *chiuso* (non C2): quando lo scopo c'è ma è già stato raggiunto nella storia (esempio: il problema della marmellata);
- problema *indiretto* (non C3): quando il problema matematico è introdotto artificialmente nella storia, attraverso prove o domande poste al protagonista (esempio: il problema di Nadir);
- problema *oscuro* (non C4): quando le parti della storia non sono ben collegate dal punto di vista narrativo (esempio: il problema degli operai);
- problema *artificioso* (non C5): quando sono presenti dettagli narrativi o informazioni che non hanno senso nella storia narrata (esempio: il problema delle automobili).

Per quanto riguarda il collegamento fra contesto e domanda, la gerarchia che abbiamo introdotto fa sì che un problema possa essere marcato con un'unica etichetta¹⁴ (che in qualche senso esprime la frattura narrativa più importante fra quelle eventualmente presenti). Invece le etichette relative alla strutturazione narrativa del contesto si possono combinare: un problema può essere contemporaneamente *oscuro* e *artificioso*. A loro volta si possono combinare le etichette relative alle due categorie: ad esempio il problema degli operai oltre ad essere *oscuro* è anche *vuoto*, perché non è specificato alcuno scopo.

Come abbiamo detto le etichette, oltre a permettere una 'diagnosi' sintetica del problema, suggeriscono anche direzioni per un'eventuale riformulazione della *stessa* storia che saldi le fratture narrative individuate. Naturalmente il problema riformulato va poi controllato per evitare di introdurre (o mantenere) altre fratture narrative. Inoltre la difficoltà di una riformulazione dipende dalla quantità e qualità delle fratture presenti. In alcuni casi tale difficoltà può anche suggerire di modificare completamente la storia (personaggi, luoghi, fatti...), come vedremo più avanti in un esempio: in questo caso le etichette relative alla formulazione originaria serviranno solo come segnalazione della necessità di riformulare.

Di seguito sintetizziamo alcune indicazioni di massima per la riformulazione in corrispondenza delle fratture narrative che nella griglia abbiamo marcato con etichette diverse:

¹⁴ Abbiamo assunto quindi un punto di vista pragmatico, piuttosto che logico. Dal punto di vista logico alcune etichette sono comunque incompatibili: è il caso di *vuoto* e *chiuso* (visto che la prima implica che non ci sia uno scopo, mentre la seconda presuppone che uno scopo sia presente). Inoltre un problema *vuoto* (cioè senza scopo) è necessariamente *spezzato* (perché la domanda non può richiamare uno scopo).

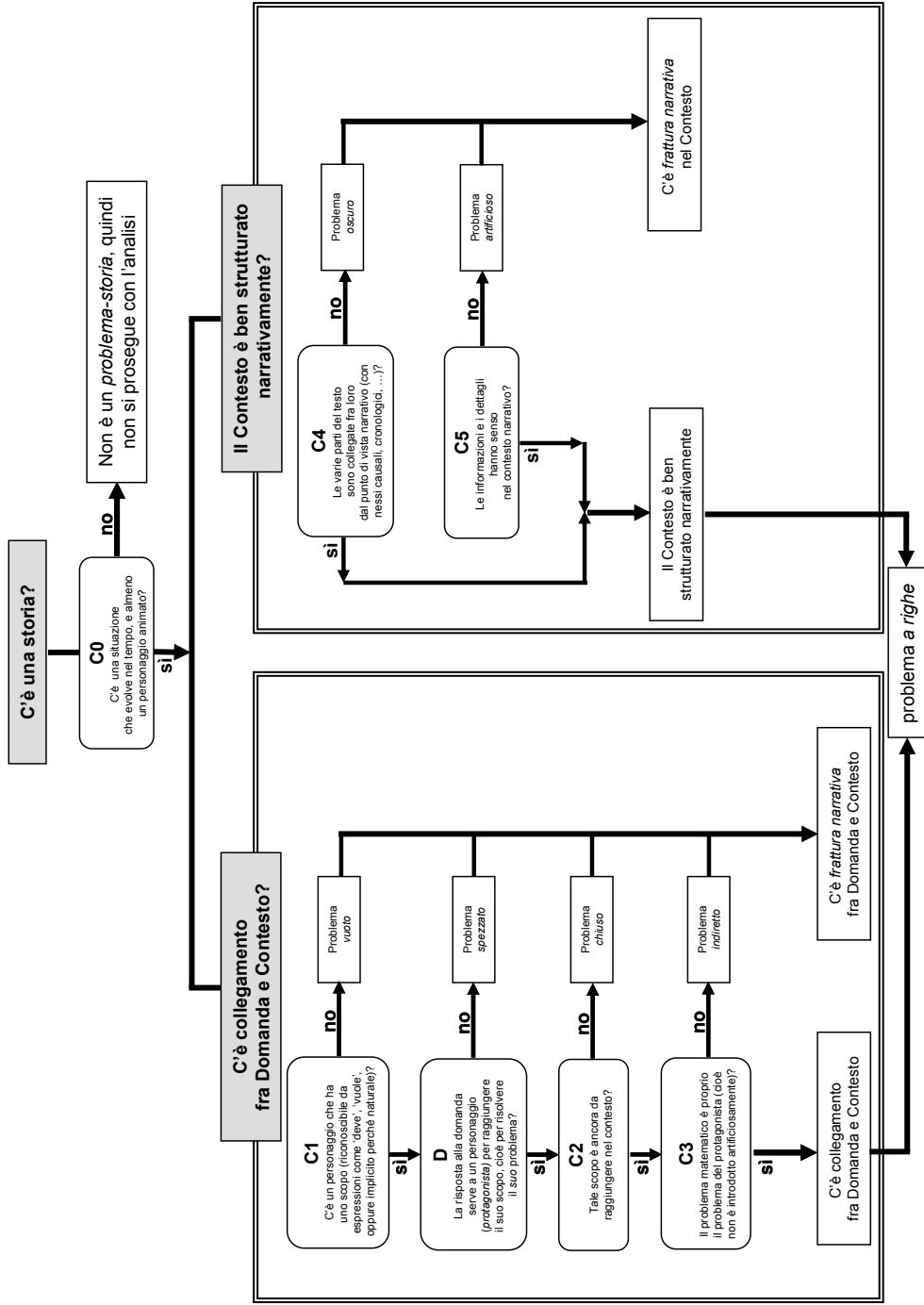


Fig. 2: Griglia per l'analisi narrativa del testo di un problema

- Problema *vuoto*: non è esplicitato alcuno scopo, né si può riconoscere uno scopo implicito. Un'eventuale riformulazione dovrebbe introdurre uno scopo da riprendere nella domanda. A volte questo può essere semplice, come nel caso del problema del compleanno, in cui è stato sufficiente aggiungere 'la strega vuole invitare dei gattini': si è trattato in fondo di rendere esplicito uno scopo che riconoscevamo come implicito, e che era collegabile alla domanda in modo naturale. Altre volte la situazione può essere più complessa: lo scopo che si introduce infatti deve essere 'naturale' nel contesto dato, e non artificioso (C5), ed essere strettamente collegato alla domanda (D).

- Problema *spezzato*: anche se c'è un personaggio con uno scopo, tale scopo non viene ripreso in modo significativo dalla domanda. E' su questo punto che la maggior parte dei problemi standard cade, ed è una delle fratture narrative più difficili da saldare. Infatti lo scopo presente spesso è talmente lontano dalla domanda, che in realtà può essere opportuno introdurre nuovi scopi partendo proprio dalla domanda: questo richiede l'inserimento di nuovi dettagli narrativi, o addirittura di nuovi personaggi (si veda più avanti l'esempio di riformulazione del problema della spesa).

- Problema *chiuso*: lo scopo c'è ma è già stato raggiunto nella storia. Questa frattura in genere è semplice da saldare: basta 'aprire' la storia, ad esempio modificando i tempi, dal passato al futuro (come abbiamo fatto nel problema della marmellata e in quello del compleanno).

- Problema *indiretto*: il problema matematico è introdotto artificialmente nella storia, attraverso prove o domande poste al protagonista (esempio: il problema di Nadir). In genere il superamento di questo tipo di frattura richiede uno stravolgimento completo della storia, che può partire dall'analisi narrativa (con il controllo della griglia) del problema matematico che è l'oggetto della prova o della domanda. In altre parole, la storia schermo in cui è inserita la prova va abbandonata, e si deve cercare una contestualizzazione naturale del problema matematico.

- Problema *oscuro*: le parti della storia non sono ben collegate dal punto di vista narrativo (esempio: il problema degli operai). Anche questo tipo di frattura si può saldare in genere con facilità, una volta individuate le parti da collegare. La difficoltà maggiore sta proprio nel rendersi conto che una storia che per noi è trasparente può in realtà essere oscura per bambini che non condividono la nostra conoscenza delle cose del mondo.

- Problema *artificioso*: sono presenti dettagli narrativi o informazioni che non hanno senso nella storia narrata (esempio: il problema delle automobili). Queste fratture non sono facilmente rilevabili, perché l'influenza del modello standard di problema è talmente forte che ci porta a considerare sensati dettagli che in contesti diversi giudicheremmo insensati. Dal punto di vista della riformulazione sono in genere più complesse da superare quando le informazioni che non hanno senso sono proprio quelle rilevanti dal punto di vista matematico (com'era nell'esempio delle automobili). Questo succede spesso con alcuni

concetti matematici, come quello di frazione, di proporzionalità, di percentuale, che sono in genere contestualizzati in situazioni artificiali: d'altra parte, come abbiamo osservato all'inizio, il problema scolastico nasce come problema matematico, e solo successivamente viene contestualizzato in una situazione. Per saldare questo tipo di fratture si rende quindi spesso necessario cambiare completamente il contesto narrativo, cioè cercare di costruire una storia più 'naturale' per quel concetto. Oppure si può decidere di rinunciare alla storia.

Abbiamo sperimentato la griglia (seppure in forme leggermente diverse da quella qui presentata) in diverse attività di formazione insegnanti, sia iniziale che in servizio: volevamo in questo modo integrare la teoria che ci ha portato a evidenziare il ruolo della dimensione narrativa e delle fratture narrative con uno strumento che potesse essere d'aiuto all'insegnante nella pratica quotidiana della risoluzione di problemi.

In tali attività di formazione abbiamo proposto una serie di testi di problemi da analizzare, e per alcuni di essi abbiamo richiesto una possibile riformulazione 'a righe'.

Vediamo come esempio di attività di analisi e di riformulazione il problema della spesa:

Anna e il suo fratellino Marco vanno a fare la spesa per la mamma. Devono prendere il latte, il pane, e il detersivo per la lavatrice. La mamma dà loro 10 euro. Al supermercato comprano tutto quello che la mamma ha chiesto. Pagano 1 euro e 50 centesimi per il latte e 1 euro e 40 centesimi per il pane. Hanno di resto 3 euro. Quanto è costato il detersivo per la lavatrice?

L'analisi porta a evidenziare due fratture narrative:

- La più importante riguarda il controllo D, ed è lo scollegamento fra la domanda ('*Quanto è costato il detersivo per la lavatrice?*') e l'unico scopo evidenziato nel contesto ('*devono prendere il latte...*'). Per convincersi di questo scollegamento basta chiedersi: a quale personaggio della storia serve sapere quanto è costato il detersivo?

Nella nostra terminologia si tratta quindi di un problema *spezzato*.

- Ma c'è anche un aspetto più sottile, legato al controllo di senso (C5): da dove emerge, nella storia, l'informazione (peraltro essenziale) che '*pagano 1 euro e 50 centesimi per il latte e 1 euro e 40 centesimi per il pane*'? Se è una conoscenza dei personaggi (Anna e Marco), perché non riguarda anche il costo del detersivo? Il problema quindi è anche *artificioso*.

Si tratta quindi di introdurre nella storia dettagli narrativi che saldino queste fratture, senza però modificare la struttura matematica del problema¹⁵. Quest'ultimo vincolo è estremamente importante, e fa sì che la struttura matematica stessa assuma comunque un ruolo di primo piano nell'attività di riformulazione, che può invece apparire a prima vista completamente sganciata dalla matematica.

La riformulazione può prevedere l'inserimento di dettagli narrativi sufficienti a saldare le fratture narrative: ad esempio per superare lo scollamento fra storia e domanda alcuni insegnanti introducono un ulteriore personaggio (la nonna, una vicina di casa) cui è destinato il detersivo, e che quindi rende sensato lo scopo di trovarne il costo per restituire il denaro speso; la seconda frattura narrativa viene invece saldata con espedienti narrativi quali l'introduzione di uno scontrino solo parzialmente leggibile, o di uno scontrino perso e dai prezzi stampigliati sugli altri due oggetti da comprare.

Come abbiamo accennato in precedenza, un'altra possibilità per la riformulazione (in alcuni casi più 'economica') è quella di modificare completamente il contesto, costruendo la nuova storia tenendo ben presenti fin dall'inizio i nodi che la struttura matematica può presentare.

Ecco un esempio prodotto da insegnanti in attività di formazione:

La nonna di Anna e Marco dà ai suoi nipotini 10 euro per comprare la sua rivista preferita, e un giornalino a testa.

I bambini prendono le loro biciclette, vanno dal giornalaio, e comprano la rivista per la nonna, un giornalino di Topolino e un giornalino della Pimpa.

Anna mette 3 euro di resto nella tasca del giacchetto e Marco mette i giornalini e la rivista dentro il bauletto posteriore della sua bella bicicletta.

Arrivati sotto casa Marco si accorge che il cestino della bicicletta si è aperto e ha perduto la rivista della nonna.

Anna è dispiaciuta ma non si perde d'animo e dice al fratello: "Torniamo indietro, rifaremo la strada che abbiamo percorso e vedrai che la troveremo!"

Così fanno, percorrono quasi metà strada e...trovano la rivista della nonna, tutta sporca e sgualcita dalle automobili!

Marco si sente un po' responsabile, forse avrebbe potuto chiudere meglio il bauletto... deve fare qualcosa!

Dice ad Anna: "Allora, pensiamo bene: la nonna ci ha dato 10 euro, abbiamo ancora 3 euro di resto, il mio giornalino di Topolino è costato 1 euro e 50 centesimi, il tuo giornalino della Pimpa è costato 1 euro e 40 centesimi.

Con questo resto riusciamo a comprare di nuovo la rivista alla nonna?"

¹⁵ Questo vincolo naturalmente ha senso quando l'insegnante ritiene che dal punto di vista matematico il problema sia un 'buon' problema. D'altra parte se il problema mostra criticità sia dal punto di vista della struttura matematica, sia dal punto di vista narrativo, ... conviene sostituirlo completamente!

Naturalmente l'analisi suggerita del testo di un problema e di conseguenza la sua classificazione secondo le etichette proposte non hanno pretesa di oggettività, dato che dipendono dall'interpretazione del testo e dalla conoscenza delle cose del mondo di chi legge. Ma la consapevolezza di tale soggettività che emerge dal confronto con i colleghi quando si analizza insieme il testo di un problema è estremamente positiva, perché in caso di mancata condivisione di opinioni essa porta allo sforzo di esplicitare il più possibile ciò che non è evidente per gli altri. Ad esempio spesso nel caso del problema del compleanno alcuni riconoscono la presenza di uno scopo di Pasticcia (fare una festa, invitare i gattini, preparare i tavoli...), mentre altri no: e allora non costa niente rendere esplicito quello che è implicito, sottolineando lo scopo con marcatori linguistici ('vuole', 'deve', ...). Inoltre a volte l'insegnante coglie certi impliciti non tanto in base alla sua conoscenza del mondo esterno, reale, quanto a quella delle regole stereotipate che governano la tradizionale attività di risoluzione di problemi. Tali regole sono talmente radicate che spesso impediscono al docente di rendersi conto delle fratture esistenti nel testo dei problemi.

6. Conclusioni

Le osservazioni che abbiamo fatto suggeriscono un'interpretazione di un fenomeno ben noto nella ricerca e nella pratica: un contesto ricco di riferimenti al concreto, al vissuto e al familiare di per sé non aiuta la comprensione del problema. La nostra interpretazione sottolinea il ruolo della dimensione narrativa del problema, in particolare della presenza di fratture narrative (all'interno del contesto o fra contesto e domanda): nel caso di fratture narrative il processo di rappresentazione del contesto può essere inibito, oppure può essere d'ostacolo al processo risolutivo.

A partire da tali considerazioni abbiamo proposto un modello (il modello C&D) per la dimensione narrativa del testo di un problema: tale modello evidenzia le proprietà che deve avere il testo di un problema contestualizzato in una storia, se vogliamo che la conoscenza delle cose del mondo evocata dalla storia sia di supporto e non di ostacolo ai processi risolutivi.

Il modello riguarda solo la dimensione narrativa di un problema. Parte infatti da una struttura matematica già individuata, e si limita a discutere la scelta di come contestualizzare tale struttura matematica, e quindi di come formulare il testo, per integrare la storia narrata con la domanda posta: in altre parole per formulare quelli che abbiamo chiamato 'problemi a righe' (in contrapposizione ai problemi 'a quadretti', in cui è favorita la separazione fra la comprensione della storia e il processo matematico risolutivo).

Siamo ben consapevoli che applicando il nostro modello ai testi dei problemi standard utilizzati nella pratica didattica di fatto nessun problema risulta essere 'a righe'. Ma l'analisi della dimensione narrativa che il modello suggerisce attraverso l'applicazione della griglia fornisce anche suggerimenti per riformulare il testo, saldando le fratture narrative individuate.

Ci sembra importante che questa 'igiene della formulazione', o comunque questa sensibilità alla dimensione narrativa, entrino a far parte delle competenze dell'insegnante, rendendolo più critico e soprattutto più autonomo rispetto alle varie proposte che lo sollecitano (dai sussidiari, ai libri parascolastici, ai testi dei problemi tratti da gare varie).

L'impresa di riformulare in modo matematicamente equivalente un testo dato si presenta essa stessa come un problema: a volte funziona, a volte no. Quando non funziona, può essere preferibile rinunciare alla contestualizzazione in una storia, eliminando dettagli narrativi che nel caso di una storia mal strutturata o separata dalla domanda sono effettivamente controproducenti.

Se poi l'insegnante preferisce mantenere la formulazione originaria, è importante a nostro parere che non interpreti eventuali scivolamenti narrativi dei suoi allievi come *loro* carenze di pensiero logico o difficoltà nel risolvere problemi, e che sia consapevole delle conseguenze di una formulazione poca attenta all'integrazione fra pensiero logico e narrativo.

Una obiezione frequente alla formulazione di problemi a righe è la maggiore complessità del testo che in genere li caratterizza. In particolare i testi dei problemi a righe, vista l'esigenza di rispettare le proprietà che abbiamo enunciato nel modello proposto, sono necessariamente più lunghi di quelli standard. Per molti insegnanti questo aspetto costituisce un limite notevole, in quanto sembra complicare piuttosto che semplificare il compito del bambino. La risposta a questa obiezione del tutto sensata è duplice. Da un lato, il nostro obiettivo non è 'semplificare' la vita del bambino, ma dargli occasioni per crescere, impedendogli scorciatoie cognitive, sorreggendolo però al tempo stesso attraverso la valorizzazione della sua conoscenza delle cose del mondo: ci sembra un modo per aiutarlo in tempi lunghi, come sono i tempi dell'apprendimento.

Inoltre, un testo complesso richiede da parte dell'insegnante di matematica un'attenzione esplicita e continua alle competenze linguistiche, favorendo il superamento della frattura fra la matematica e la lingua naturale, tuttora molto presente nella realtà scolastica e non solo.

Naturalmente un allievo abituato a risolvere problemi standard può aver maturato un atteggiamento nei confronti della lettura del testo (lettura selettiva alla ricerca di dati numerici e di parole chiave) che può rendergli difficile affrontare un testo lungo come quello di un problema a righe, in cui peraltro il successo di una lettura selettiva è ostacolato dal fatto che le informazioni rilevanti non sono necessariamente dati numerici, e pervadono tutto il testo. Non pensiamo che sia un motivo sufficiente per rinunciare a proporre questo tipo di problemi: piuttosto, sarà necessaria una maggiore attenzione da parte dell'insegnante, e ci vorrà del tempo per modificare un atteggiamento così consolidato.

In definitiva riteniamo che i problemi a righe debbano trovare comunque uno spazio all'interno della pratica didattica. Certo è auspicabile che vengano

utilizzati fin dall'inizio della scuola primaria, per introdurre in modo naturale l'attività di risoluzione di problemi attraverso il racconto di storie che *sono* problemi: sarebbe possibile così restituire senso a un'attività troppo spesso dissociata dalla realtà e dalla razionalità, e contribuire a prevenire quindi un atteggiamento negativo verso la matematica.

Un'ultima osservazione. Il nostro modello è arrivato alla versione che abbiamo presentato dopo molte discussioni e molti cambiamenti. Altre modifiche sono possibili. Ma abbiamo comunque voluto proporlo dopo una fase in cui l'abbiamo discusso e sperimentato anche in incontri di formazione, in modo da aprire un ulteriore confronto su questo tema che riteniamo centrale per l'insegnante. Solo attraverso un confronto allargato di questo tipo il modello può diventare quello che vorremmo: uno strumento per l'insegnante, che gli fornisca autonomia nelle scelte delicatissime implicate nell'attività di risoluzione di problemi in classe, fornendogli indicazioni per interpretare le difficoltà degli allievi e per intervenire quindi in modo mirato.

Bibliografia

- Bonotto C., Baroni M. (2011). I classici problemi a parole nella Scuola Primaria Italiana: si possono sostituire o affiancare con un altro tipo di attività? *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 34A, n.1, 9-40, n.2, 125-159.
- Bruner J. (1986). *Actual Minds, Possible Worlds*. Cambridge: Harvard University Press (tr. it. *La mente a più dimensioni*. Bari: Laterza, 2003).
- Bruner J. (1991). The narrative construction of reality. *Critical Inquiry*, 18, 1-21.
- D'Amore B., Franchini D., Gabellini G., Mancini M., Masi F., Pascucci N., Sandri P. (1995). La riformulazione dei testi dei problemi scolastici standard. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, Vol. 18A, n. 2, 131-146.
- Demattè A. (2010). Matematica e pensiero narrativo. *Scuola e Didattica*, n. 1, 19-22.
- Demattè A. (2011). Tra pensiero logico e narrativo. Una integrazione possibile e necessaria. *Scuola e Didattica*, n. 16, 3-5.
- Donaldson M. (1978). *Children's minds*. London: Fontana Press (tr. it. *Come ragionano i bambini*. Milano: Springer, 2010).
- Duncker K. (1935). *Zur Psychologie des produktiven Denkens*. Berlin: Springer (tr. it. *La psicologia del pensiero produttivo*. Firenze: Giunti - Barbera, 1969).
- Eco U. (1994) *Six Walks in the Fictional Woods*. Cambridge, MA: Harvard University Press. (tr. it. *Sei passeggiate nei boschi narrativi*. Milano: Bompiani, 2000).
- Gerofsky S. (1996). A linguistic and narrative view of word problems in mathematics education. *For The Learning of Mathematics*, 16 (2), 36-45.

- IREM de Grenoble (1980). *Bulletin de l'Association des professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public*, n. 323, 235-243.
- Johnson-Laird P.N. (1983). *Mental Models: Towards a Cognitive Science of Language, Inference, and Consciousness*. Cambridge: Cambridge University Press. (tr. it. *Modelli mentali*. Bologna: il Mulino, 1988).
- Mayer R. (1982) The psychology of mathematical problem solving. In F. L. Lester & J. Garofalo (Eds.) *Mathematical problem solving. Issues in research*. Philadelphia: The Franklin Institute Press.
- Nesher P. (1980). The stereotyped nature of word problems. *For the Learning of Mathematics*, 1, 41-48.
- Piaget J., Inhelder B. (1967). *The Child's Conception of Space*. New York: W.W. Norton.
- Riccato G. (2006). Al mercato di Serendib - Una favola in classe per provare il fascino di 'fare matematica'. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 29A, n.1, 47-58.
- Schoenfeld A. H. (1991). On mathematics as sense-making: An informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathematics. In J. F. Voss, D. N. Perkins, & J. W. Segal (Eds.), *Informal reasoning and education* (pp. 311-343). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Smorti A. (1994). *Il pensiero narrativo. Costruzione di storie e sviluppo della conoscenza sociale*. Firenze: Giunti.
- Toom A. (1999). Word problems: Applications or mental manipulatives. *For the Learning of Mathematics*, 19 (1), 36-38.
- Verschaffel L., Greer B., De Corte E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.
- Webb N. (1984). Content and context variables in problem tasks. In G.A. Goldin & C.E. McClintock (Eds.) *Task variables in mathematical problem solving* (pp. 69-102). Philadelphia: The Franklin Institute Press.
- Zan R. (1998). *Problemi e convinzioni*. Bologna: Pitagora Editrice.
- Zan R. (2007). La comprensione del problema scolastico da parte degli allievi: alcune riflessioni. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol.30, A-B, n.6, pp.741- 762.
- Zan R. (2011). The crucial role of narrative thought in understanding story problems. In K. Kislenko (Ed.) *Current state of research on mathematical beliefs XVI* (pp. 331-348), Proceedings of the MAVI-16 Conference. Tallinn: Institute of Mathematics and Natural Sciences, Tallinn University.
- Zazkis R., Liljedahl P. (2009). *Teaching mathematics as storytelling*. Rotterdam : Sense Publishers.